

Відбірковий етап третього туру всеукраїнського конкурсу "Учитель року-2021" у номінації "Математика"

Конкурсне випробування №3 «Контрольна робота»



**Мета:** демонстрація учасником/учасницею конкурсу рівня знанневої складової професійної компетентності.

**Формат:** розв'язування задач підвищеної складності з геометрії, алгебри і початків аналізу.

**Час на виконання – 3 години, відеоспостереження за процесом виконання**

- (2б.) Ціна вхідного квитка в кінотеатр становить 36 грн. Після зменшення вхідної плати кількість глядачів збільшилась на 50%, а виручка – на 25%. Скільки гривень став коштувати квиток?
- (2б.) Розв'язати нерівність:  $x - 6 < \sqrt{x}$ .
- (2б.) У прямокутній декартовій системі координат побудувати графік рівняння:
$$x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 4.$$
- (2б.) Двоцифрове число виражає кількість днів певного періоду року, друга його цифра є кількістю повних тижнів цього періоду, а перша – днів у неповному тижні. Знайдіть всі такі двоцифрові числа.
- (4б.) Знайдіть найбільше значення параметра  $a$ , при якому система  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ x + |y| = a, \end{cases}$  має два розв'язки.
- (4б.) Сума довжин катетів прямокутного трикутника дорівнює 21 см. При обертанні трикутника навколо одного з катетів отримали конус максимального об'єму. Знайдіть площу бічної поверхні цього конуса.
- (4б.) Чи існує площина, яка проходить через сторону  $AB$  прямокутного трикутника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) з катетами  $AC = 8$  см,  $BC = 6$  см, така, що утворює кут  $60^\circ$  з катетом  $AC$ ?
- (4б.) Областю визначення і множиною значень функції  $f$  є відрізок  $[0; 1]$ . Знайти функцію  $f$ , якщо відомо, що сума відповідних цифр аргументу і значення функції у їх десятковому записі дорівнює 9.

9. (4б.) Ребро куба дорівнює  $a$ . Знайти площу перерізу куба площиною, яка проходить через вершину основи під кутом  $30^\circ$  до цієї основи і перетинає всі бічні ребра.
10. (5б.) Знайти ймовірність того, що фінальний поєдинок із 7 сетів тенісного турніру між «рівнопотужними» гравцями завершиться з рахунком 4:3 (нічия у сеті не передбачена правилами гри).
- 11.(5б.) 1 вересня студенти-першокурсники однієї групи, в якій 30 осіб, обмінялись номерами телефонів. Як виявилось, всі студенти (чоловіки) отримали різну кількість номерів телефонів дівчат (що є послідовними натуральними числами). Один з них отримав 7 номерів, інший – 8 номерів і т.д., а один студент отримав номери всіх дівчат. Знайти число студенток в групі.
- 12.(6б.) На продовжені ребра  $SK$  після точки  $K$  правильної чотирикутної піраміди  $SKLMN$  з вершиною  $S$  взято точку  $A$  так, що відстань від точки  $A$  до площини  $SMN$  дорівнює 24. Знайдіть довжину відрізка  $KA$ , якщо  $SL = 2\sqrt{41}$ ,  $MN = 16$ .
- 13.(6б.) Знайти границю

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{n}{1-x^n} - \frac{k}{1-x^k} \right), \text{ де } n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}$$