***Кучевський М.І.* Чий президент всенародніший ? (математичний аналіз виборчих систем).//Математика в школах України. – 2010 - №1.**

У переважній більшості демократичних країн світу державний устрій-республіка, очолювана президентом, якого, як правило, обирають всенародним голосуванням. Очевидно, що кожний кандидат на цей пост мріє про стовідсоткову підтримку виборців.

А яку найменшу кількість голосів він повинен набрати, щоб забезпечити собі перемогу при існуючій в цій країні виборчій системі?

Спочатку розв'яжемо задачу, яка пропонувалася у другому турі ХХХІІ Московської олімпіади [1969р.], для учнів 9 класу.

Вибори президента Анчурії.

В країні Анчурії, де президентом Мірафлорес, наблизився час нових президентських виборів. В країні рівно 20 мільйонів виборців, із них тільки один відсоток підтримує Мірафлореса (регулярна армія Анчурії.). Мірафлорес, звичайно, хоче бути обраним, але, з іншої сторони, він хоче, щоб вибори були «демократичними». «Демократичним голосуванням» Мірафлорес називає ось що: всі виборці діляться на рівні групи; кожна з цих груп знову ділиться на деяку кількість рівних груп, причому більші групи можуть ділитися на різну кількість менших груп, потім ці групи знову діляться і т. д. В самих найменших групах обирають представника групи-виборщика-для голосування в більшій групі: виборщики в цій більшій групі обирають виборщика для голосування в ще більшій групі і т. д. Нарешті представники самих великих груп обирають президента. Мірафлорес ділить виборців на групи по своїй волі і інструктує своїх прихильників, як їм голосувати. Чи зможе він так організувати «демократичні» вибори, щоб його обрали? (В кожній групі виборщики обирають свого представника простою більшістю. При рівній кількості голосів перемагає опозиція.)

Розв’язування.

Президента підтримує один відсоток виборців, отже він має 200 000 прихильників. Якщо розділити всіх виборців на групи по п'ять чоловік, утворивши чотири мільйони груп, то для перемоги президента у групі потрібно, щоб у ній було три його прихильники Тому при «правильному розподілі» він зможе перемогти у  групах і таким чином одержати у першому турі 66 6666 «своїх» виборщиків із 4 000 000. Знову розбивши 4 мільйони на групи по п'ять виборщиків, а «своїх» на групи по три, Мірафлорес при «правильному розподілі» у другому турі одержить 22 222 виборщиків із 800 000. Продовживши цей процес отримаємо наступні результати:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № туру | Чисельність групи | Всіх виборщиків | З них прихильників президента |
| 1 | 5 | 4 000 000 | 66 666 |
| 2 | 5 | 800 000 | 22 222 |
| 3 | 5 | 160 000 | 7 407 |
| 4 | 5 | 32 000 | 2 469 |
| 5 | 5 | 6 400 | 823 |
| 6 | 4 | 1 600 | 274 |
| 7 | 5 | 320 | 91 |
| 8 | 5 | 64 | 30 |
| 9 | 4 | 16 | 10 |
| 10 | 4 | 4 | 3 |

Таким чином отримавши 3 виборщики із 4 президент забезпечить собі перемогу. Як видно із таблиці Мірафлорес міг забезпечити перемогу ще й меншою кількістю прихильників, а саме  виборцями.

Вибори президента США.

Президента США обирають не прямим голосуванням, а колегією із 538 виборщиків. Їх число рівне числу членів представників і сенаторів від кожного штату і приблизно пропорційне кількості населення штату. Так найменші, за населенням, делегують по три виборщики (Аляска, Монтана, Північна Дакота), а найбільше: 55 – Каліфорнія.

На першому етапі виборів виборці обирають виборщиків. Причому у більшості штатів (за винятком двох) діє правило «переможець отримує все», тобто кандидат який, наприклад, набрав найбільшу кількість голосів у Каліфорнії отримує всі 55 голосів колегії виборщиків від цього штату. Якщо точніше, то американці обирають навіть не виборщиків, а команду виборщиків, список якої формується на партійному з'їзді.

Команди-переможниці кожного штату підтверджують свій вибір і надсилають голові Сенату результати поіменного голосування. Потім проводиться засідання обох палат Конгресу США з підрахунку голосів виборщиків: для перемоги кандидату потрібно набрати більше половини голосів, тобто не менше 270. Кожен член команди виборщиків не зобов'язаний голосувати за кандидата від своєї партії. Якщо він проголосує за суперника ,то це не буде мати жодних юридичних наслідків, крім морального осуду. Проте таких випадків в багаторічній історії виборів не було.

Очевидно, що може виникнути ситуація коли голоси розділяться порівну, як це трапилося у 1824 році. В такому разі Палата представників протягом двох тижнів має обрати президентом одного з кандидатів, які набрали найбільшу кількість голосів, а Сенат повинен обрати віце-президента.

Як ми бачимо виборча система президента США є досить прозорою і продуманою. Оцінимо, яку найменшу кількість голосів виборців повинен набрати кандидат на пост президента США.

Нехай всіх виборщиків *М*, так як число виборщиків пропорційне числу виборців, то кількість виборців *N=kM.* Для перемоги кандидат на пост президента повинен заручитися підтримкою не менше ніж  виборщиків. Тому йому досить перемогти на первинних виборах у s штатах, такиx де сумарне число виборщиків . Причому, щоб кількість виборців була найменшою, штати потрібно вибирати так, щоб сума *Р* як найменше відрізнялася б від , а найкраще, якщо знайдуться такі штати, що *Р*=. Для цього він повинен набрати у цих штатах: - голосів виборців. Якщо *k* – парне, то всі вирази  будуть цілими числами, тому



Нехай *k* – непарне, а *q*  s – число штатів з непарною кількістю виборщиків.

Не обмежуючи загальності, будемо вважати, що це штати з числом виборщиків , тоді:

==

Так як вирази  і  цілі числа, то



Отже президентом може стати кандидат який набере більше 25% голосів виборців, наприклад 25,05%.

Така система може інколи зіграти злий жарт. Так на президентських виборах 2000 року Д. Буш переміг Е. Гора, хоча в цілому по США за Е. Гора проголосувало майже на півмільйона виборців більше, ніж за Д. Буша.

Вибори президента України.

Україна - держава молодої демократії і її законодавство ще перебуває на стадії формування і удосконалення. Часто ще чорнило на підписі президента під прийнятим законом не висохне, а до нього вже вносяться зміни.

Вибори президента України здійснюються на основі Конституції України і закону «Про вибори Президента України». По Конституції України Президент обирається громадянами України на основі рівного і прямого виборчого права шляхом таємного голосування. Згідно закону «Про вибори Президента України», обраним удень виборів вважається кандидат, який одержав на виборах ***більше половини голосів виборців, які взяли участь у голосуванні****.*

Якщо у виборах приймало участь більше двох кандидатів і жоден не набрав більше половини голосів, то проводиться повторне голосування. До бюлетеня для повторного голосування вносяться дві кандидатури, які в першому турі набрали найбільшу кількість голосів. Обраним Президентом України за підсумками повторного голосування вважається кандидат, який за підсумками повторного голосування одержав ***більшу, ніж інший кандидат, кількість голосів*** ***виборців, які взяли участь у голосуванні***. Якщо обидва кандидати наберуть однакову кількість голосів, але така подія у зв'язку з великим числом виборців малоймовірна, то вибори вважаються такими, що не відбулися.

Так як діюча система виборів не передбачає порогу явки виборців, а це – як правило [50%+1] голос, при якому вибори вважаються такими, що відбулися, то в ній не існує фіксованого мінімуму кількості виборців, які можуть обрати Президента України. Гіпотетично, у другому турі, президента можуть обрати три виборці (самі кандидати плюс один виборець).

Відсутність порогу явки виборців створює умови для фальсифікації результатів голосування, особливо у другому турі. Так, наприклад, на виборчих дільницях, де переміг інший кандидат, результати виборів, судами чи дільничним комісіями, можуть визнаватися не дійсними.

Очевидно також, що при діючій системі виборів президента, виборець – який не підтримує жодного кандидата просто не прийде на виборчу дільницю. Тому текст: «не підтримую жодного кандидата…» у бюлетені для голосування – зайвий. Такий текст був би доцільним, якби участь у виборах була обов'язковою, що передбачено законодавством багатьох країн.

Ці та інші недоліки виборчої системи можуть привести до того, що Президент буде обраним не за результатом голосування, а за рішенням Вищого Адміністративного суду.

Зауваження. У парламентських республіках (Італія, Іспанія, Молдова і т. д.) президент обирається у парламенті більшістю голосів парламентаріїв. Проте вважається, що обраний таким чином президент є слабкою політичною фігурою.

Висновок. Якщо ще врахувати, що виборці становлять менше 75% населення. то твердження про всенародно обраного президента, як говорив відомий літературний класик, явно перебільшене.

Використані джерела.

1. *Гальперин Г.А., Толпыго А.К.* Московские математические олимпиады. – М.; Просвещение, 1986. – 301 с.
2. *Алексеев В. М*. Избранные задачи. – М.; Мир, 1977. -596 с.
3. [*http://*www.zacon.rada.gov.ua](http://www.zacon.rada.gov.ua/).